Prof. Dr. Alfred Toth

Umgebungen von Nachbarschaften und Nachbarschaften von Umgebungen von Systemen

1. Intuitiv gesehen ist das im folgenden zu präsentierende Paradox, das übrigens, vorwegnehmend gesagt, sowohl die (auf der Systemtheorie definierte) Objekttheorie (Ontik) als auch die (nicht auf der Systemtheorie definierte, jedoch auf ihr definierbare) Zeichentheorie (Semiotik) betrifft und somit einen weiteren, äußerst bedeutenden Fall von ontisch-semiotischer Isomorphie darstellt, durchaus konform mit der landläufigen Interpretation der Begriffe "Nachbarschaft" und "Umgebung". Besonders dann, wenn man im deutschen Sprachgebrauch etwa den Garten um ein Haus herum als dessen "Umschwung" bezeichnet, wird klar, daß das Haus selbst natürlich nicht Teil des Umschwungs ist. Wenn ich im Amerikanischen sage: "I live in the X-neighbourhood", dann folgt daraus, daß mein Haus bzw. meine Wohnung Teil dieser Nachbarschaft ist. Um noch ein Beispiel eines Systems anzuführen, das kein Haus darstellt: Im Italienischen werden Spaghetti mit Pilzsauche als "spaghetti AI funghi" bezeichnet. Hier werden die Pilze somit korrekterweise als Nachbarschaft und nicht als Umgebung – das deutsche Wort dafür wäre "Beilage" – aufgefaßt. Wären die Pilze Beilage, so müßte man "*spaghetti CON funghi" sagen, d.h. sie wären dann keine mit den Spaghetti vermengte Sauce, sondern die von einer anderen Speise abgesonderte Umgebung.

2. Im Anschluß an Toth (2014) gehen wir aus von den folgenden Elementschaftsrelationen zwischen Nachbarschaften (N) und Umgebungen (U)

$x \in N(x)$

$x \notin U(x)$.

Da Systeme mit Umgebungen gemäß Toth (2012) durch

$S^* = [S, U]$

mit $U \subset S^*$, aber $U \not\subset S$

definiert sind, haben wir zwei Funktionen

$f: \quad S \rightarrow S^*$

$g: \quad x \rightarrow N(x)$

mit

$f \cong g$,

oder einfacher ausgedrückt

$S^* = N[S, U]$.

3. Wenn wir nun aber Umgebungen und Nachbarschaften von Objekten bzw. Systemen miteinander kombinieren, gibt es die folgenden beiden Möglichkeiten.

2.1. $U(N(x))$

Hier bekommen wir sogleich

2.1.1. $x \in N(x)$,

2.1.2. $x \notin U(N(x))$.

2.2. $N(U(x))$

In diesem Fall haben wir

2.2.1. $x \notin U(x)$

2.2.2. $x \in N(U(x))$.

Dieses systemtheoretische Paradox verdankt sich natürlich der bereits erwähnten selbsteinbettenden Systemdefinition $S^* = [S, U]$, die der ebenfalls selbsteinbettenden Definition des Zeichens durch Bense (1979, S. 53, 67)

$Z = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

isomorph ist, in der sich das Zeichen als drittheitliche Relation qua drittheitlich fungierendem Interpretantenbezug selbst enthält. Mathematisch betrachtet liegt das Problem darin, daß bei solchen Definitionen durch Mengen bzw. Relationen, die sich selbst enthalten, das sog. Fundierungsaxiom der

Mengentheorie (Axiom of Regularity) außer Kraft gesetzt wird (Droste- oder "La vache-qui-rit"-Effekt, mit den bekannten iconischen Abbildungen auf den entsprechenden Produkten, vgl. Toth 2009). Das Ergebnis ist die ebenfalls bekannte Theorie der "Non-Well-Founded Sets" (vgl. Aczél 1988), die somit die notwendige mathematische Basis für die Theorie der ontischen-semiotischen Isomorphie darstellt.

Literatur

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, The Droste Effect in Semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft (GrKG) 50-3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Funktionen indexikalischer ontischer Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semotics, 2014

8.8.2014